UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

Raisonnement scientifique

ECTS
4 crédits

Composante
Faculté des Sciences

Présentation

Description

Cette UE obligatoire s'adresse à tous les étudiantes et étudiants de la Licence SV. Elle présente les principaux outils des probabilités discrètes qui sont utiles au biologiste pour la compréhension des phénomènes aléatoires impliquant notamment des variables de comptage. Le cours est placé à un niveau accessible à un·e étudiant·e n'ayant comme pré-requis que les bases du calcul des probabilités abordées en classe de seconde du lycée. Le cours s'attache à partir d'exemples concrets pour aller vers la modélisation.

* Une première partie préliminaire introduit la notion d'ensembles, opérations sur les ensembles et la formalisation simple de propositions.
* La deuxième partie introduit le vocabulaire des probabilités et reprend le calcul élémentaire des probabilités (tableaux, arbres), les probabilités conditionnelles. Les exemples portent sur des situations concrètes : calcul de probabilités dans une population stratifiée selon l'âge, le genre, tests diagnostiques (sensibilité/spécificité)
* La troisième partie est consacrée à la présentation des principaux modèles de lois discrètes : binomiale, géométrique, poisson et à leurs applications. La notion de variables indépendantes est présentée de façon heuristique, l'objectif étant de fournir des outils de calculs de l'espérance et de la variance de somme de variables aléatoires.
* Quelques simulations numériques pourront être présentées pour illustrer la notion de fluctuation d'une variable aléatoire ou la convergence de la loi binomiale vers la loi normale ou la loi de poisson.

Objectifs

Fournir les outils de base du calcul des probabilités et de l'utilisation des variables aléatoires discrètes usuelles dans un contexte d'application à des phénomènes aléatoires issues des sciences de la vie.

Heures d'enseignement

Raisonnement scientifique - TD	Travaux Dirigés	21h
Raisonnement scientifique - CM	Cours Magistral	12h

Pré-requis nécessaires

mathématiques niveau seconde, UE HAV109X Méthodes calculatoires

Syllabus

1) Ensembles

— Notions d’élément d’un ensemble, de sous-ensemble, d’appartenance et d’inclusion, de réunion, d’intersection et de complémentaire et savoir utiliser les symboles de base correspondant : #,#,#,#.

— Notation des ensembles de nombres N,Z,D,Q.

— Négation de propositions simples (sans implication ni quantificateurs) ; contre-exemple pour montrer qu'une proposition est fausse ; formuler une implication, une équivalence logique ; réciproque d'une implication : exemples ensemblistes simples.

2) Modéliser le hasard : calculer des probabilités

— Ensemble (univers) des issues. Évènements. Réunion, intersection, complémentaire.

— Loi (ou distribution) de probabilité. Probabilité d'un évènement : somme des probabilités des issues. Relation P(A#B)+P(A#B) =P(A)+P(B).

— Dénombrement à l'aide de tableaux et d'arbres (règle du produit, de la somme).

— Probabilités conditionnelles et indépendance : probabilité conditionnelle d'un évènement B sachant un évènement A de probabilité non nulle. Notation PA(B).

— Indépendance de deux évènements et indépendance mutuelle

— Partition de l'univers (systèmes complets d'événements). Formule des probabilités totales. Formule de Bayes

— Succession d'épreuves indépendantes, schéma de Bernoulli

3) Variables aléatoires réelles

— Variable aléatoire réelle : modélisation du résultat numérique d'une expérience aléatoire ; formalisation comme fonction définie sur l'univers et à valeurs réelles.

— Loi d'une variable aléatoire. Espérance, variance, écart type d'une variable aléatoire

— Épreuve de Bernoulli, loi de Bernoulli

— Loi binomiale B(n,p) : loi du nombre de succès. Expression à l'aide des coefficients binomiaux. Coefficients binomiaux : définition (nombre de façons d'obtenir k succès dans un schéma de Bernoulli de taille n), triangle de Pascal.

— Sommes de variables aléatoires

Linéarité de l'espérance : E(X+Y) =E(X)+E(Y) et E(aX) =aE(X). (admis ou peut être démontré pour deux v.a. discrètes sur un univers fini)

Relation d'additivité pour des variables indépendantes X,Y :

V(X+Y) =V(X)+V(Y). Relation V(aX) =a2V(X).

Application à l'espérance, la variance de la loi binomiale.

— Autres Lois discrètes :

Loi uniforme sur {1,2,…, n}

Loi géométrique (rang du premier succès dans une suite d'épreuves de Bernoulli indépendantes)) : espérance (admise), propriété de loi sans mémoire.

Loi de Poisson : caractéristiques et propriétés (résultats sur les séries admis), approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson (cas des événements rares).

Exemples "computationnels" : fonction pbinom, rbinom, rpois, ppoiss, rgeom, pgeom, illustration/vulgarisation de la loi des grands nombres : convergence de la proportion d'un événement A sur un échantillon de taille n vers la probabilité P(A).

Informations complémentaires

Volumes horaires* :

CM : 12h

TD : 21h

TP :

Terrain :