



# Groupes et anneaux 1



## Présentation

### Description

Acquérir les notions de base des théories des groupes et des anneaux et les illustrer sur des exemples.

### Objectifs

Cette UE abordera les points suivants :

#### *Théorie des groupes*

- Notion de groupe, sous-groupe et morphismes de groupes. Produit de groupes. Exemples.
- Sous-groupe engendré par une partie, sous-groupe cyclique. Ordre d'un élément dans un groupe, théorème de Lagrange, indice d'un sous-groupe.
- Étude de  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$  : théorème chinois des restes, petit théorème de Fermat, théorème de Wilson. Générateurs et sous-groupes de  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ , indicatrice d'Euler, théorème d'Euler
- Étude du groupe diédral. Étude du groupe symétrique et alterné.

#### *Théorie des anneaux*

- Notion d'anneau, d'anneau intègre, de corps. Produit d'anneaux. Groupe des inversibles d'un anneau. Algèbres sur un corps. Exemples.
- Sous-anneau, sous-anneau engendré par une partie. Morphismes d'anneaux. Corps des fractions d'un anneau intègre.
- Caractéristique d'un anneau, morphisme de Frobenius, cas des corps finis.
- Idéal d'un anneau commutatif, idéal principal, anneau principal



- Divisibilité dans les anneaux intègres : éléments irréductibles et premiers, PGCD, PPCM. Anneaux principaux, anneaux euclidiens, anneaux factoriels.

- Lemme de Gauss et hérédité de la factorialité

---

## Heures d'enseignement

CM	Cours Magistral	27h
TD	Travaux Dirigés	27h

---

## Pré-requis obligatoires

Les UE d'algèbre de L1 et L2, en particulier :

- HAX303X Arithmétique des polynômes

Pré-requis recommandés : L2 maths

---

## Informations complémentaires

**Volumes horaires :**

CM : 27

TD : 27

TP : -

Terrain : -

---

## Infos pratiques

---

### Contacts

Responsable pédagogique

Philippe Castillon

☎ +33 4 67 14 35 13

✉ philippe.castillon@umontpellier.fr