



Problèmes inverses



Présentation

Description

On étudie les problèmes inverses, en soulignant la notion de « problème bien posé ».

Une présentation est d'abord faite de problèmes inverses en dimension finie (notion de conditionnement, de valeurs singulières, ...), puis en dimension infinie (stabilité du problème, régularisation, pseudo-inverse...).

Dans un second temps, les propriétés de la transformée de Fourier et l'opération de convolution sont rappelées dans les espaces L_p et leurs sous-espaces usuels. On examine en quoi ces deux opérations conduisent à des problèmes bien ou mal posés. Pour la convolution, en particulier, les notions de « filtre » et de « déconvolution » sont abordées dans le cadre de l'analyse du signal et de l'image.

Enfin, on applique ces notions à l'étude et à l'inversion de la transformée de Radon, ou de transformations apparentées, issues des techniques d'imagerie médicale.

Objectifs

- * S'initier aux problèmes inverses linéaires.
- * Maîtriser la transformée de Fourier et la convolution dans les espaces fonctionnels usuels, et comprendre leurs utilisations pratiques.

- * Etudier quelques applications en analyse et reconstruction du signal et de l'image.

Pré-requis nécessaires

Calcul différentiel et intégral niveau L3, analyse fonctionnelle niveau M1.

Pré-requis recommandés : Ce cours se base sur les notions d'Analyse fonctionnelle développés dans la première année de la formation.

Contrôle des connaissances

Évaluation en contrôle continu intégral.

Syllabus

Un programme indicatif du cours est le suivant :

- 1) Introduction aux problèmes inverses linéaires
 - * Notion de de problème inverse linéaire bien posé
 - * Problème inverse linéaire en dimension finie
 - * Problème inverse linéaire en dimension infinie
 - * Pseudo-inverse et régularisation



2) Transformation de Fourier et convolution : deux outils et deux problèmes inverses

* La transformée de Fourier des signaux en dimension 1 d'espace

* La convolution et son lien avec la transformée de Fourier. Notion de filtre.

* La transformée de Fourier et la convolution des images en dimension n d'espace

3) Transformée de Radon et reconstruction d'image

* Transformée de Radon et reconstruction d'image 2D

* Transformée en rayons-X et reconstruction d'image 3D

* Quelques aperçus des techniques d'imagerie médicale

Informations complémentaires

Volumes horaires :

CM :21

TD :0

TP :0

Terrain : 0

Infos pratiques

Contacts

Responsable pédagogique

Fabien Marche

📞 +33 4 67 14 45 21

✉️ fabien.marche@umontpellier.fr