



# Groupes et Géométrie



## Présentation

### Description

Dans cette UE on étudie les groupes classiques (linéaires, unitaires, orthogonaux, symplectiques), dans leurs aspects algébriques (réduction, classes de conjugaison...), géométriques (actions, application exponentielle) et topologiques.

### Objectifs

Maîtriser des outils de base communs à toutes les branches de la Géométrie.

### Contrôle des connaissances

Un cursus de Licence de Mathématiques.

Pré-requis recommandés : le contenu des deux cours de L3 « Groupes et anneaux 1 » et « Topologie des espaces métriques » de la Licence de Mathématiques de l'Université de Montpellier.

### Syllabus

1. Groupes et actions de groupes : rappels, produit semi-direct.
2. Le groupe général linéaire  $GL_n$  : action sur  $M_n$  par équivalences, par similitudes. Interprétation du pivot de Gauss et théorème de Jordan sur  $\mathbb{C}$  ou  $\mathbb{R}$ . Connexité de  $GL_n$ , densité dans  $M_n$ , adhérence de classes de similitudes. Action de  $GL_n$  sur les droites vectorielles. Le groupe projectif linéaire ; en dimension 2 : les homographies.
3. Groupes unitaires et orthogonaux : interprétation matricielle, relation avec les formes hermitiennes, réduction, classes de conjugaison. Propriétés topologiques. Groupes d'isométrie de polygones et polyèdres réguliers en dimension 2 et 3.
4. Exponentielle de matrice et décomposition polaire : matrices hermitiennes et symétriques réelles, réduction de ces matrices, racines carrées de matrices hermitiennes définies positives. Décomposition polaire pour  $GL_n$  ( $\mathbb{C}$  ou  $\mathbb{R}$ ). Exponentielle de matrice et décomposition polaire, aspects topologiques.
5. Développements et applications, par exemple liées aux représentations linéaires de groupes finis (étudiés dans l'UE algèbre I), ou à l'action de  $SL(2, \mathbb{R})$  sur le demi-plan de Poincaré.

### Informations complémentaires

Volumes horaires :

CM : 27

TD : 27

TP : 0



Terrain : 0

## Infos pratiques

---

### Contacts

Responsable pédagogique

Stephane BASEILHAC

✉ [stephane.baseilhac@umontpellier.fr](mailto:stephane.baseilhac@umontpellier.fr)