



Groupes et Géométrie



Présentation

Description

Dans cette UE on étudie les groupes classiques (linéaires, unitaires, orthogonaux, symplectiques), dans leurs aspects algébriques (réduction, classes de conjugaison...), géométriques (actions, application exponentielle) et topologiques.

Objectifs

Maîtriser des outils de base communs à toutes les branches de la Géométrie.

Contrôle des connaissances

Un cursus de Licence de Mathématiques.

Pré-requis recommandés : le contenu des deux cours de L3 « Groupes et anneaux 1 » et « Topologie des espaces métriques » de la Licence de Mathématiques de l'Université de Montpellier.

Syllabus

1. Groupes et actions de groupes : rappels, produit semi-direct.
2. Le groupe général linéaire GL_n : action sur M_n par équivalences, par similitudes. Interprétation du pivot de Gauss et théorème de Jordan sur C ou R . Connexité de GL_n , densité dans M_n , adhérence de classes de similitudes. Action de GL_n sur les droites vectorielles. Le groupe projectif linéaire ; en dimension 2 : les homographies.
3. Groupes unitaires et orthogonaux : interprétation matricielle, relation avec les formes hermitiennes, réduction, classes de conjugaison. Propriétés topologiques. Groupes d'isométrie de polygones et polyèdres réguliers en dimension 2 et 3.
4. Exponentielle de matrice et décomposition polaire : matrices hermitiennes et symétriques réelles, réduction de ces matrices, racines carrées de matrices hermitiennes définies positives. Décomposition polaire pour GL_n (C ou R). Exponentielle de matrice et décomposition polaire, aspects topologiques.
5. Développements et applications, par exemple liées aux représentations linéaires de groupes finis (étudiés dans l'UE algèbre I), ou à l'action de $SL(2, R)$ sur le demi-plan de Poincaré.

Informations complémentaires

Volumes horaires :

CM : 27

TD : 27

TP : 0



Terrain : 0

Infos pratiques

Contacts

Responsable pédagogique

Stephane BASEILHAC

✉ stephane.baseilhac@umontpellier.fr