



# Algèbre III Réduction des endomorphismes



## Présentation

### Description

Ce cours abordera les notions de groupe symétrique, déterminants et traitera de la réduction des endomorphismes en dimension finie (jusqu'à la forme de Jordan) et de ses applications. C'est un premier pas vers l'analyse spectrale.

### Objectifs

#### Groupe symétrique

Notion de groupe, groupe des bijections de  $X$ , groupe  $S_n$ . Décomposition en produit de cycles à supports disjoints. Ordre d'une permutation. Transpositions et morphisme de signature.

#### Déterminants:

Forme  $n$ -linéaire alternée (lien avec le volume des parallélogrammes/parallélépipèdes). Déterminant d'une famille de vecteurs, d'une matrice, d'un endomorphisme. Annulation du déterminant. Multiplicativité. Déterminant et matrice transposée. Développement par rapport à ligne ou colonne. Co-matrice et formule de Cramer. Déterminant de matrices par blocs.

Ré-interprétation de l'algorithme du pivot de Gauss: les matrices  $(I+E_{ij})$  et les permutations engendrent  $GL(E)$ . Calcul du déterminant par pivot de Gauss.

#### Réduction des endomorphismes:

Rappels: changement de bases et matrice de passage, sommes directes de sous-espaces vectoriels, sous-espaces stables et matrices diagonales par blocs.

Vocabulaire propre: valeurs, vecteurs, sous-espaces. Spectre. Polynôme caractéristique.

Endomorphisme-matrice diagonalisable-trigonalisable. Caractérisations par le polynôme caractéristique.

Espaces caractéristiques, lemme des noyaux emboîtés, endomorphismes nilpotents.

#### Polynômes d'endomorphismes:

Morphisme d'évaluation. Polynôme minimal d'un endomorphisme. Théorème de Cayley-Hamilton (par exemple via les matrices compagnons).

Lemme des noyaux. Caractérisation de diagonalisable-trigonalisable par le polynôme minimal.

Décomposition de Dunford. Réduction de Jordan.

Applications: calcul des puissances d'une matrice, suite récurrentes linéaires, systèmes d'équations différentielles linéaires homogènes.



---

## Heures d'enseignement

|   |                 |     |
|---|-----------------|-----|
| Algèbre III Réduction des endomorphismes - CM | Cours Magistral | 30h |
| Algèbre III Réduction des endomorphismes - TD | Travaux Dirigés | 30h |

---

## Pré-requis nécessaires

algèbre linéaire de L1 (HAX102X et HAX202X ) et HAX104X  
– Géométrie dans le plan et le plan complexe

Pré-requis recommandés : L1 maths

---

## Informations complémentaires

Volumes horaires :

CM : 30

TD : 30

TP :

Terrain :

---

## Infos pratiques

---

### Contacts

Responsable pédagogique

Vanessa LLERAS

✉ [Vanessa.Lleras@univ-montp2.fr](mailto:Vanessa.Lleras@univ-montp2.fr)