



# Algèbre 1



## Présentation

### Description

Cette UE développe la théorie classique des modules sur un anneau principal, et les bases de la théorie des représentations des groupes en se concentrant sur les groupes finis.

### Objectifs

Maîtriser des outils de base communs à toutes les branches de l'Algèbre.

### Pré-requis nécessaires

Un cursus de Licence de Mathématiques.

Pré-requis recommandés : le contenu des deux cours de L3 « Groupes et anneaux 1 » et « Groupes et anneaux 2 » de la Licence de Mathématiques de l'Université de Montpellier.

### Syllabus

1. Rappels de Licence sur les anneaux (intègres, factoriels, principaux, euclidiens, corps).

2. Modules sur un anneau : notions de module, d'algèbre sur un anneau ; morphismes, Restriction des scalaires. Théorèmes de factorisation et d'isomorphisme. (Sous-)Module de torsion, module libre, module de type fini. Notion de rang. Suite exactes courtes de modules, extensions de modules. Produit et somme directe. Produit tensoriel sur un corps, puis sur un anneau commutatif quelconque ; isomorphisme (en dimension finie) entre  $\text{Hom}(E,F)$  et  $E^* \otimes F$ .
3. Structure des modules de type fini sur un anneau principal. Application aux groupes abéliens, application à la réduction des homomorphismes. Forme normale de Smith, invariants de similitude.
4. Représentations des groupes finis : notion de représentations linéaire d'un groupe, de morphisme entre représentations. Les représentations comme modules sur l'algèbre du groupe. Sous-représentation, représentation irréductible. Somme directe, produit tensoriel de représentations. Complète réductibilité. Lemme de Schur. Caractères, tables de caractères, orthogonalité des caractères. La décomposition de la représentation régulière. Exemples : groupes abéliens, groupes diédraux, groupes symétriques.

### Informations complémentaires

Volumes horaires :

CM : 27

TD : 27

TP : 0



Terrain : 0

## Infos pratiques

---

### Contacts

Responsable pédagogique

Stephane BASEILHAC

✉ [stephane.baseilhac@umontpellier.fr](mailto:stephane.baseilhac@umontpellier.fr)